

5 יחידות לימוד - שאלון ראשון (35581)

מבנה השאלון

שאלון ראשון (35581) – 60%	משך השאלון: שלוש שעות וחצי
<u>פרק א – בחירה של 2 שאלות מתוך 3 שאלות (תהיה שאלה בכל נושא)</u> שאלות מילוליות סדרות הסתברות	
<u>פרק ב – בחירה של 1 שאלות מתוך 2 שאלות</u> גיאומטריה וטריגונומטריה במישור שאלה 4: שאלה בגיאומטריה שאלה 5: שאלה בטריגונומטריה	
<u>פרק ג – בחירה של 2 שאלות מתוך 3 שאלות</u> חדו"א של פולינומים, שורש ריבועי, פונקציות רציונאליות וטריגונומטריות	

פירוט הנושאים בשאלון 35581

מבוא לגיאומטריה אנליטית:

קטעים: מרחק בין נקודות (אורך קטע), אמצע קטע.

ישרים: משוואת ישר על פי שתי נקודות ועל פי שיפוע ונקודה, הקבלה, חיתוך וניצבות.

מעגל: משוואת מעגל שמרכזו בראשית הצירים (לצורך הוראת המעגל הטריגונומטרי).

טכניקה אלגברית:

פירוק לגורמים: פירוק לגורמים על ידי הוצאת גורם משותף, ועל פי נוסחאות הכפל המקוצר.
פירוק הטרינום (אפשר על ידי פתרון המשוואה הריבועית המתאימה, או על ידי השלמה לריבוע).
שימושי הפירוק לגורמים לפעולות חשבון בשברים אלגבריים, לפתרון משוואות ואי-שוויונות.
פתרון משוואות: משוואות ממעלה ראשונה ושנייה. מערכת משוואות, ממעלה שנייה לכל היותר, עם שני משתנים.

משוואות ממעלה ראשונה (כולל פרמטר אחד). מערכת משוואות ליניאריות עם שני משתנים ופרמטר אחד, הקשר בין ערכי הפרמטר לבין מספר הפתרונות (פתרון יחיד, אינסוף פתרונות, אף פתרון). המשמעות הגרפית של מספר הפתרונות (ישרים נחתכים, מקבילים או מתלכדים). משוואות הנפתרות על ידי הצבה (כמו משוואה דו-ריבועית). משוואות אי-רציונאליות (רק ברמה הנדרשת לצורך חקירת פונקציות).
לא תידרש חקירת משוואה או מערכת משוואות ששתיהן ממעלה שנייה (מספר הפתרונות וכד'), למעט שימוש בגיאומטריה אנליטית.

אי שוויונות: אי-שוויונות ממעלה ראשונה ואי שוויונות ממעלה שנייה בלי פרמטר. אי שוויונות ריבועיים עם פרמטר רק לצורך שימוש בחדו"א ובשאלות מילוליות.

אי-שוויונות רציונאליים ללא פרמטרים – אי שוויונות שמהם ניתן להגיע לאי-שוויונות מהצורה

$$\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0 \text{ כאשר } f(x) \text{ או } g(x) \text{ הם פולינומים ממעלה שנייה, לכל היותר, ורק בהקשרים של}$$

חקירת פונקציות.

$$\text{שוויונות עם ערך מוחלט אחד, כגון } \left| \frac{2x-5}{x+3} \right| = 3 \text{ או } |x^2 - 5x + 6| = 2.$$

אי שוויונות עם ערך מוחלט ללא פרמטרים (כחלק מבעיה כוללת, ולא כשאלה או סעיף נפרדים): אי שוויונות ליניאריים בערך מוחלט עם ביטוי ליניארי ומספר ממשי המביעים את מושג המרחק, לדוגמה: $|2x-5| < 3$, או במרוכבים.

חזקות: חוקי החזקות. חזקה עם מעריך שלם.

שורשים: מכפלת שורשים ומנתם, הכנסת גורם מתחת לשורש, הוצאת גורם מתוך השורש, ביטול שורש במכנה.

חילוק פולינומים בפולינום ליניארי (רק כטכניקה נדרשת, בחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי).

שאלות מילוליות:

שאלות תנועה, ושאלות הספק.

בכל הנושאים עשויות להיות שאלות עם אחוזים.

סדרות:

סדרה חשבונית (כולל הגדרה לפי נוסחת נסיגה) – איבר כללי, סכום, מעבר מכלל לפי מקום לכלל נסיגה ולהיפך.

סדרה הנדסית סופית ואינסופית (כולל הגדרה לפי נוסחת נסיגה) – איבר כללי, סכום, מעבר מכלל לפי מקום לכלל נסיגה ולהיפך.

סדרות כלליות לפי מקום ולפי נוסחת נסיגה, מבלי שיידרש המעבר מכלל לפי מקום לכלל נסיגה או להיפך.

הסתברות קלאסית:

אקראיות, מרחב הסתברות סופי, חוקי ההסתברות, מאורעות בלתי תלויים, מאורעות תלויים, הסתברות מותנית, נוסחת בייס, מרחב דו-שלבי ותלת-שלבי (טבלאות ועצים). התפלגות בינומית (נוסחת ברנולי).

הערה: יש ללמד קומבינטוריקה רק לצורכי ההתפלגות הבינומית.

גיאומטריה אוקלידית:

מצולעים: חישוב של שטחים והיקפים של מצולעים. חפיפת משולשים על סמך ארבעת משפטי החפיפה.

משולשים ומרובעים: תכונותיהם, משפטים, הוכחותיהם ויישומם. תיכונים, חוצי זוויות וגבהים. משפט פיתגורס.

משפט תאלס, המשפט ההפוך לו והמשפטים הנובעים מהם. דמיון משולשים ומצולעים. מפגש התיכונים במשולש, חלוקת קטע ביחס נתון, חלוקה פנימית וחלוקה חיצונית.

משפט חוצה זווית פנימית במשולש.

שלושת משפטי הדמיון של משולשים (לא תידרשנה הוכחות המשפטים).

היחס במשולשים דומים בין היקפים, **תיכונים, חוצי זווית, גבהים ורדיוסי מעגלים חוסמים ומעגלים חסומים**. היחס בין שטחי משולשים דומים.

היחס בין היקפים והיחס בין שטחים במצולעים דומים (לא תידרש הוכחה).

קטעים פרופורציוניים במשולש ישר זווית. משפטים: הגובה ליתר מחלק את המשולש לשני משולשים הדומים לו. הגובה ליתר הוא ממוצע גיאומטרי של היטלי הניצבים על היתר. הניצב הוא ממוצע גיאומטרי של היתר והיטל הניצב על היתר.

מעגל: קשתות, מיתרים, מרחקים ממרכז המעגל.

זוויות: היקפיות, מרכזיות ותכונותיהן.

משיקים למעגל.

שני מעגלים – **נחתכים, משיקים מבפנים, משיקים מבחוץ**.

מרובע חוסם מעגל (הגדרה ותכונות), מרובע חסום במעגל (הגדרה ותכונות) דמיון משולשים במעגל.

קטעים פרופורציוניים במעגל. מיתרים נחתכים במעגל. חותך ומשיק מנקודה חיצונית למעגל, שני חותכים היוצאים מנקודה חיצונית למעגל.

מקומות גיאומטריים: האנך האמצעי וחוצה זווית כמקומות גיאומטריים, מפגש אנכים אמצעיים במשולש כמרכז מעגל חוסם, מפגש חוצי זוויות במשולש כמרכז מעגל חוסם.

הערה: פירוט המשפטים בגיאומטריה נמצא באתר המפמ"ר בכתובת:

http://cms.education.gov.il/educationcms/units/mazkirut_pedagogit/matematika

רשימת המשפטים בגיאומטריה שאינם כלולים בשאלוני הבגרות של 5 יח"ל:

1. חוצה זווית חיצונית במשולש, שאינו מקביל לצלע המשולש, מחלק את הצלע שמול הזווית הצמודה לה חלוקה חיצונית ביחס של שתי הצלעות הכולאות את הזווית הפנימית הצמודה לה. (משפט חוצה זווית חיצונית במשולש)

2. ישר העובר דרך קדקוד משולש ומחלק את הצלע שמול קדקוד זה חלוקה חיצונית כיחס הצלעות האחרות (בהתאמה) הוא חוצה את הזווית החיצונית שדרך קודקודה הוא עובר.

טריגונומטריה:

מחזוריות, היקף המעגל ושטחו, אורך קשת ושטח גזרה, שיטות שונות למדידת זוויות מרכזיות במעגל (מעלות, רדיאנים או אורך קשת על מעגל יחידה). הפונקציות סינוס, קוסינוס וטנגנס, במעגל היחידה, ותיאורן הגרפי. הקשר של פונקציית הטנגנס לשיפוע של ישר. הכרת הקשרים בין הפונקציות הטריגונומטריות של זוויות, של זוויות משלימות לזווית ישרה ושל זוויות המשלימות לזווית שטוחה, בעזרת שימוש במעגל היחידה. מחזוריות הפונקציות. חישוב ערכי הפונקציות לזוויות מיוחדות. הזוגיות או אי-הזוגיות של הפונקציות הטריגונומטריות. תאור גרפי ופירושו (מחזור, נקודות חיתוך עם הצירים, נקודות מקסימום ומינימום, תחומי חיוביות ושליליות, עלייה וירידה), ושל הזזות ומתיחות של פונקציות טריגונומטריות.

פתרון משוואות, תוך הדגשת משמעות הפתרון במעגל היחידה, מהצורה $\sin(ax + b) = c$, $\cos(ax + b) = c$, $\tan(ax + b) = c$, $a \cdot \sin x \pm b \cdot \cos x = 0$, $\sin \alpha = \sin \beta$, $\cos \alpha = \cos \beta$, $\tan \alpha = \tan \beta$, פתרון כללי ופתרון בתחום נתון. שימוש בטכניקה אלגברית (כגון פירוק לגורמים ופתרון משוואה ריבועית) לפתרון משוואות טריגונומטריות.

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1, \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}, \sin(\alpha \pm \beta), \cos(\alpha \pm \beta), \sin 2\alpha, \cos 2\alpha$$

$$\sin \alpha \pm \sin \beta, \cos \alpha \pm \cos \beta$$

שימוש בזהויות יידרש רק לצורך פתרון בעיות במישור ולפתרון משוואות טריגונומטריות (פתרון כללי ופתרון בתחום נתון) בבעיות גיאומטריות, ובמסגרת חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי. פתרון בעיות במישור: פתרון מצולעים המתפרקים למשולשים ישרי זווית. משפט הסינוסים ומשפט הקוסינוסים ושימוש בהם להתרת משולש כללי.

$$S = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \gamma$$

בפתרון בעיות גיאומטריות במישור (כולל בעיות טריגונומטריות בחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי) יידרש שימוש בתכונות הגיאומטריות של הצורות השונות, במשפטים מגיאומטריה אוקלידית, בזהויות ובפונקציות הטריגונומטריות.

הערות:

- לא יידרש פתרון המשוואה $a \sin x + b \cos x = c$ במקרה: $c \neq 0$ ו- $a \neq b$.
- פתרון משוואות טריגונומטריות לא יידרש כתרגיל בפני עצמו אלא כחלק מפתרון בעיות, כולל בעיות בחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי.
- לא יידרש פתרון תרגילים העוסקים בזיהוי משולשים על פי משוואה טריגונומטרית המתקיימת במשולש.

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי:

חשבון דיפרנציאלי:

מושגי יסוד: משיק בנקודה, שיפוע של גרף בנקודה, הפונקציה הנגזרת. מושג אינטואיטיבי של גבול. הנגזרת בנקודה כהליך גבולי.

נקודות חיתוך עם הצירים, עלייה וירידה, זוגיות ואי-זוגיות. המשמעות האלגברית והגרפית של נקודות חיתוך של פונקציות, של $f(x) > g(x)$, $f(x) - g(x)$ וכד'.

הנגזרת של x^k (k טבעי או 0), נגזרת של פולינום (כולל $(cf(x))'$, $(f(x) \pm g(x))'$).

תידרש שליטה בחשבון דיפרנציאלי של הפונקציות הבאות: פונקציות פולינום, פונקציות

רציונאליות (מנה של פולינומים), פונקציות טריגונומטריות, פונקציית שורש ריבועי.

נגזרת של סכום, הפרש, מכפלה, מנה, פונקציה מורכבת של כל הפונקציות.

פונקציית הערך המוחלט, אי-גזירות הפונקציה $|x|$ באפס, וערך מוחלט של פונקציה נתונה (מבין

הפונקציות הכלולות בתוכנית).

נגזרת שנייה. קעירות כלפי מעלה וקעירות כלפי מטה (x^2 קעורה כלפי מעלה, $-x^2$ קעורה כלפי

מטה). נקודות פיתול.

שימושי הנגזרת:

- לפתרון בעיות שבהן יש צורך במציאת שיפוע משיק, או מציאת משוואת משיק לגרף בנקודה שעל גרף הפונקציה, או מנקודה שמחוץ לגרף הפונקציה.
- לפתרון בעיות קיצון בתחום פתוח ובתחום סגור (מכל סוגי הפונקציות - כולל בעיות נפח, שטח פנים ומעטפת של גופים פשוטים: קובייה, תיבה, מנסרה ישרה שבסיסה מצולע כלשהו, גליל ישר וחרוט ישר, וכולל קיצון בקצה קטע סגור).
- לחקירת פונקציה ושרטוט סקיצה של גרף הפונקציה. החקירה תכלול: תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, תחומי עלייה וירידה, נקודות קיצון (מקומי ומוחלט), נקודות פיתול, תחומי קעירות כלפי מעלה ומטה, התנהגות בסביבת נקודת אי-הגדרה, אסימפטוטות מקבילות לצירים (בכל סוגי הפונקציות).
- הקשר בין הפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו- $f''(x)$.

חשבון אינטגרלי:

אינטגרלים של פונקציות פולינום, פונקציות טריגונומטריות (כולל שימוש בזהויות), פונקציות

$$\text{מנה שניתן להביא אותן לצורה } \frac{c \cdot f'(x)}{\sqrt{f(x)}} \text{ או } \frac{c \cdot f'(x)}{(f(x))^n} \text{ (} n \neq 1 \text{, שלם, } n \text{).}$$

עבור פונקציות אלו יידרש אינטגרל לא מסוים, פונקציה קדומה, קבוע האינטגרציה, אינטגרלים מיידיים, אינטגרל של סכום פונקציות ושל כפל פונקציה בקבוע, אינטגרל של פונקציה מורכבת כאשר הפונקציה הפנימית היא ליניארית. מציאת פונקציה על פי הנגזרת ונקודה על הפונקציה. מציאת אינטגרל של פונקציה רציונאלית עם מכנה ליניארי על ידי חילוק פולינומים. מציאת

אינטגרל מהצורה: $\int f'(u) \cdot u' dx$ (u היא פונקציה של x), באמצעות זיהוי הנגזרת החיצונית של

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{x^3+2}} dx = \frac{2}{3} \sqrt{x^3+2} + C \text{ : לדוגמה}$$

האינטגרל המסוים. חישוב שטח בין גרף הפונקציה לציר x (הפונקציה יכולה להיות חיובית, שלילית או לשנות סימן), חישוב שטח בין גרפים של שתי פונקציות, חישוב שטחים מורכבים. **נפח גופי סיבוב סביב ציר x בלבד.** בעיות ערך קיצון שבהן יש אינטגרל (מכל הסוגים).

הערה: בנושאים של חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, ייתכן שימוש בחילוק פולינומים.